

MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE LA FISSURATION DES BÉTONS RENFORCÉS DE FIBRES

J.-L. Tailhan¹, P. Rossi¹, D. Daviau-Desnoyers^{1,2}

¹ IFSTTAR – Université Paris-Est, Marseille, France

² CRIB – École Polytechnique de Montréal, Québec, Canada

RÉSUMÉ : Ce papier présente un modèle probabiliste de fissuration discrète des bétons renforcés de fibres, basé sur une approche originalement introduite par Rossi *et al.* (1987). Dans ce modèle, les processus de fissuration dans le matériau sont explicitement pris en compte par l'ouverture d'éléments d'interfaces. Ces derniers s'ouvrent lorsque la contrainte normale en traction au centre de l'élément atteint une valeur critique, simulant ainsi la création de fissure dans la matrice cimentaire. Immédiatement après la création d'une fissure, l'effet de pontage des fibres est pris en compte par un simple modèle élasto-endommageable. Le caractère probabiliste du modèle est directement lié à la prise en compte de l'influence de l'hétérogénéité du matériau sur son comportement. L'aléa et, éventuellement, les effets d'échelle qui en résultent sont pris en compte par une distribution aléatoire des propriétés mécaniques, telles que le module d'élasticité, la résistance maximale en traction, et l'énergie post-fissuration, sur l'ensemble des éléments du maillage (Rossi *et al.* 1992). Ce modèle numérique est ici utilisé pour analyser le comportement en cisaillement d'une poutre en béton renforcé de fibres. Les résultats obtenus sont aussi comparés à des résultats expérimentaux.

1. INTRODUCTION

Les bétons renforcés de fibres (BRF) sont de plus en plus utilisés dans des applications structurelles et industrielles. Une des principales raisons de ce gain de popularité provient de la création des recommandations nationales (française, japonaise, italienne, allemande, etc.) et internationales (RILEM, fib) pour la conception des structures.

Ces recommandations sont efficaces pour la conception simple d'éléments isostatiques (poutres, dalles, etc.) sollicités en flexion. Cependant, elles ne possèdent pas une base physique suffisante pour répondre aux problèmes que posent les structures hyperstatiques, ou pour des types de chargement dits complexes tels que le poinçonnement et le cisaillement. En effet, ces recommandations sont souvent trop conservatrices et conduisent à un surdimensionnement, ce qui, de surcroît, est préjudiciable au développement durable.

De ce fait, la meilleure approche pour la conception des structures sécuritaires, durables et optimisées consiste à utiliser les méthodes par éléments finis. Depuis 1985, un modèle probabiliste de fissuration discrète est en constant développement à l'IFSTTAR. Dans sa première publication (Rossi *et al.* 1992), le modèle traitait principalement de la fissuration des structures en béton. Par la suite, le

modèle fut adapté pour prendre en compte la fissuration des structures en béton renforcé de fibres (Rossi *et al.* 1992).

Ce papier présente une approche qui découle directement des ces premiers travaux, et dans laquelle :

- Le béton est représenté par des éléments massifs entre lesquels sont positionnés des éléments d'interface, sièges probables de la fissuration,
- la création et la propagation de fissures sont explicitement représentées par l'ouverture progressive de ces éléments d'interface. Ces derniers s'ouvrent lorsque la contrainte normale en traction au centre de l'élément atteint une valeur critique, simulant ainsi la fissuration de la matrice cimentaire. Le caractère probabiliste provient d'une distribution aléatoire des résistances sur l'ensemble des éléments d'interface;
- immédiatement après la création de fissures, l'effet de pontage des fibres est pris en compte par un simple modèle élasto-endommageable. Le caractère probabiliste provient alors de la distribution aléatoire de l'énergie post-fissuration sur l'ensemble des éléments d'interface.

Ce papier présente les principes de ce modèle numérique, ainsi que l'analyse du comportement en cisaillement d'une poutre en béton renforcé de fibres à géométrie complexe. Les résultats des simulations sont également comparés à des résultats d'essais expérimentaux dans l'objectif de valider l'approche modélisatrice.

2. RAPPELS SUR LE PROCESSUS DE FISSURATION DES BRF

Il est généralement accepté au sein de la communauté scientifique que le processus de fissuration de la majorité des bétons de fibres, qui présentent un comportement post-fissuration adoucissant en traction, peut se décrire en trois étapes (Rossi *et al.* 1987, Rossi 1990, Rossi 1998) :

- La première étape correspond à une création diffuse de microfissures à travers tout le volume du spécimen sollicité en traction. À ce moment, les fibres d'acier, ayant de grandes dimensions par rapport à l'échelle de la microfissuration, n'agissent pas sur la création et l'évolution de ces microfissures;
- La deuxième étape correspond à la localisation d'une macrofissure. En effet, la propagation et la coalescence des microfissures présentes au sein du matériau mènent à l'apparition d'une macrofissure. Lors de cette courte étape, les fibres n'interviennent pas de manière significative. Les deux premières étapes représentent approximativement 80% du comportement pré-pic du matériau;
- La troisième étape correspond à la propagation de la macrofissure, et donc au comportement adoucissant. Lors de cette étape, l'effet de pontage des fibres en pointe de fissure a pour effet de contrôler la propagation et l'ouverture de la macrofissure.

Pour résumer, le processus de fissuration pré-pic des BRF est entièrement lié à la matrice cimentaire, et l'effet des fibres est mécaniquement neutre. Une fois le pic atteint, l'effet de pontage des fibres en pointe de fissure devient important et a pour effet de contrôler la propagation et l'ouverture de la macrofissure.

Il est important de noter qu'une campagne expérimentale a été réalisée à l'IFSTTAR pour vérifier l'influence des effets de volume sur le comportement post-pic en traction des bétons renforcés de fibres (Rossi 2012). Cette étude a permis de confirmer que le comportement post-fissuration des bétons renforcés de fibres est indépendant du volume du spécimen.

Par conséquent, le modèle numérique doit prendre en compte le processus de fissuration afin d'être cohérent avec les mécanismes physiques, ainsi que les conclusions expérimentales de l'étude mentionnée précédemment.

3. MODÉLISATION NUMÉRIQUE DU PROCESSUS DE FISSURATION DES BRF

Depuis 1985, un modèle probabiliste de fissuration discrète pour simuler le processus de fissuration du béton est en constant développement à l'IFSTTAR. Ce modèle est basé sur les aspects physiques suivants :

- Le béton est un matériau hétérogène dans lequel les hétérogénéités peuvent être modélisées par une distribution spatiale aléatoire des propriétés mécaniques établies comme dominantes dans le processus de fissuration, soit le module de Young et la résistance à la traction;
- Les effets d'échelle présents dans le processus de fissuration, et également liés à l'hétérogénéité du matériau, sont pris en compte dans la distribution des propriétés mécaniques du matériau qui dépendent de la taille des éléments du maillage choisi pour l'analyse par éléments finis;
- La fissuration est une discontinuité de la matière. Elle est donc traitée explicitement par la création aléatoire de discontinuités cinématiques, qui sont numériquement représentées par des éléments d'interface. Le modèle fournit donc des informations sur l'état de fissuration tels que le nombre de fissures, les ouvertures de fissures, et l'espacement entre les fissures).

Le critère pour la création de fissures est très simple : l'élément d'interface s'ouvre lorsque la contrainte de traction normale au centre de l'élément atteint une valeur critique. Cette valeur correspond à la résistance à la traction préalablement distribuée aléatoirement sur tous les éléments du maillage (Tailhan *et al.* 2010). Dès lors, la rigidité de l'élément d'interface devient celle induite par le pontage des fibres qui est activé. Tel que mentionné précédemment, la résistance dépend du volume des deux éléments massifs interfacés par l'élément d'interface considéré. La Figure 1 présente schématiquement le critère de fissuration du modèle probabiliste de fissuration discrète des BRF.

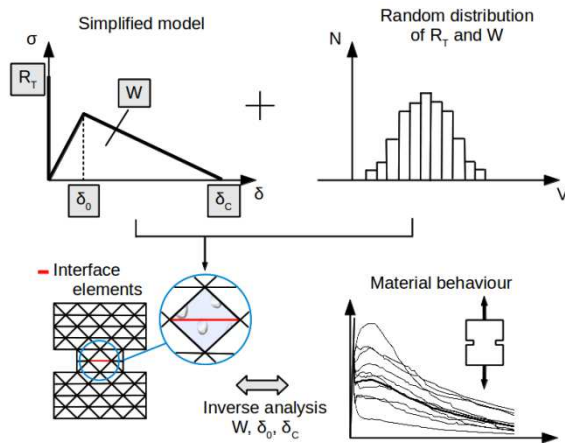


Figure 1 : Critère de fissuration du BRF - modèle probabiliste de fissuration discrète

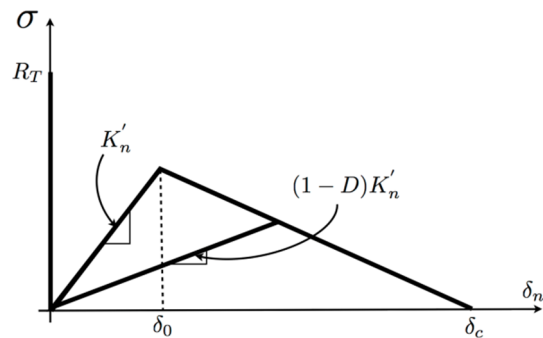


Figure 2 : Représentation schématique du comportement d'un élément d'interface

Une fois la matrice fissurée, l'influence des fibres doit être prise en compte. Pour ce faire, et par soucis de cohérence avec les rappels sur le processus de fissuration des BRF, l'approche choisie pour la modélisation est la suivante :

- Une fois l'élément d'interface brisé, les contraintes normales et tangentielles d'un élément d'interface augmentent linéairement en fonction des déplacements normaux et tangentiels pour reprendre la contribution élastique du pontage des fibres. Physiquement, la rigidité des fibres à l'intérieur d'une fissure est plus importante en traction qu'en cisaillement. Par conséquent, la rigidité de l'élément d'interface est considérée différente pour les déplacements normaux et tangentiels. En 2D, les rigidités normales et tangentielles d'un élément d'interface sont appelées K'_N et K'_T respectivement. Le comportement élastique post-fissuration du pontage des fibres demeure élastique jusqu'à ce que le déplacement ait atteint une valeur seuil, δ_0 , relative au déplacement normal. Une fois cette valeur atteinte, le comportement mécanique de l'élément d'interface est modifié en un comportement mécanique d'endommagement. La contrainte normale est alors supposée diminuer linéairement par rapport au déplacement normal pour prendre en compte l'endommagement de l'interface fibre-matrice. Finalement, un élément d'interface est considéré rompu, avec sa rigidité normale et tangentielle égales à zéro, lorsque l'endommagement atteint une valeur critique, δ_c , à laquelle la contribution des fibres est considérée comme négligeable;
- L'énergie post-fissuration totale dissipée est distribuée de manière aléatoire sur tous les éléments d'interface du maillage, tout comme la résistance à la traction. La distribution aléatoire est effectuée par une fonction de distribution de type log-normale avec une valeur moyenne dépendante de la taille des éléments, et un écart-type qui augmente lorsque la taille

des éléments diminue. En pratique, les caractéristiques de la distribution (log-normale) utilisée pour modéliser une structure donnée sont obtenues de la manière suivante :

- o La moyenne résulte directement des essais expérimentaux de traction uniaxiale effectuées sur des spécimens entaillés;
- o L'écart-type, dépendant de la taille des éléments, est déterminé par analyse inverse. Cette approche consiste à simuler numériquement les essais expérimentaux avec différentes tailles de maillage.

Il est important de noter que les valeurs de δ_0 et de δ_c sont aussi obtenues par analyse inverse, et sont indépendantes de la taille du maillage.

La Figure 2 illustre schématiquement le comportement mécanique adopté pour représenter numériquement le comportement d'un élément d'interface. Seul le comportement normal y est présenté.

Les relations constitutives qui résument le modèle sont les suivantes :

$$(1) \begin{Bmatrix} \sigma \\ \tau \end{Bmatrix} = (1-D) \begin{bmatrix} K'_n & 0 \\ 0 & K'_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_t \end{Bmatrix}$$

où σ et τ représentent la contrainte normale et tangentielle respectivement, δ_n et δ_t les déplacements relatifs, normal et tangentiel, aux nœuds, et K'_n et K'_t les rigidités, normale et tangentielle. D représente le paramètre d'endommagement isotrope. Celui-ci évolue en fonction du déplacement relatif total δ défini par les fonctions suivantes :

$$(2) \delta = \sqrt{\delta_n^2 + \delta_t^2}$$

$$(3) D = 1 - \frac{\delta_0}{\delta} \left(\frac{\delta_c - \delta}{\delta_c - \delta_0} \right)$$

où δ_0 est le seuil d'endommagement initial, et δ_c est la valeur critique à laquelle l'effet de pontage des fibres devient négligeable. À ce point, l'élément d'interface est supposé se comporter comme un simple élément de contact classique suivant un comportement de type Coulomb.

Tel que prescrit par la thermodynamique des processus irréversibles et pour assurer la positivité de la dissipation, le paramètre d'endommagement D doit vérifier :

$$(4) \dot{D} \geq 0$$

La rigidité normale, K'_n est directement déduite de la valeur de l'énergie post-fissuration aléatoire de l'élément d'interface, suivant l'équation suivante :

$$(5) K'_n = \frac{2W}{\delta_0 \delta_c}$$

Afin de prendre en compte le comportement tangentiel moins raide, la rigidité tangentielle K'_t est considérée proportionnelle à la rigidité normale en considérant un coefficient $\alpha < 1$, de sorte que :

$$(6) K'_t = \alpha K'_n$$

Pour conclure, l'approche numérique choisie est considérée comme une approche déterministe avec des paramètres probabilisés. Par conséquent, il est nécessaire d'effectuer un grand nombre de calculs pour valider statistiquement les résultats selon une méthode de type Monte Carlo.

4. EXEMPLE D'UTILISATION DE LA MODÉLISATION NUMÉRIQUE

Le modèle numérique présenté ci-dessus a été utilisé pour simuler le comportement en cisaillement d'une poutre en béton renforcé de fibres, contenant des barres d'armature traditionnelles en flexion pour assurer une rupture en cisaillement dans une zone sans armature.

L'objectif est de comparer les résultats expérimentaux aux résultats par simulations numériques.

4.1 Détails de l'étude expérimentale

L'étude expérimentale est issue des travaux de Casanova (1995). En raison des dimensions de la poutre et des coûts associés, une seule poutre avait été testée au cours de cette étude expérimentale. La poutre, en béton de fibres, est également renforcée vis à vis de la flexion par des armatures métalliques. La géométrie, les conditions aux frontières, et le ferrailage sont présentés sur la Figure 3 et la Figure 4.

Le béton utilisé était un béton renforcé de fibres d'une résistance nominale à la compression à 28 jours de 40 MPa contenant 100 kg/m³ de fibres de 30 mm de longueur et de 0.5 mm de diamètre. Des essais de traction uniaxiale sur des éprouvettes entaillées ont été réalisés afin de caractériser la résistance à la traction de ce BRF.

Deux types de mesure ont été enregistrés lors de l'essai : l'évolution de la flèche, et l'évolution de des ouvertures de fissures dans la zone de cisaillement à l'aide de la stéréophotogrammétrie.

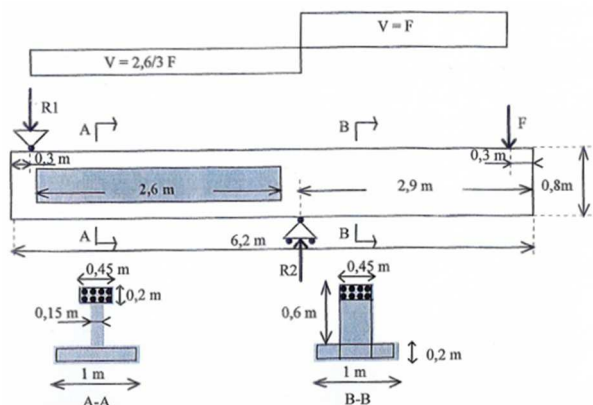


Figure 3 : Géométrie de la poutre

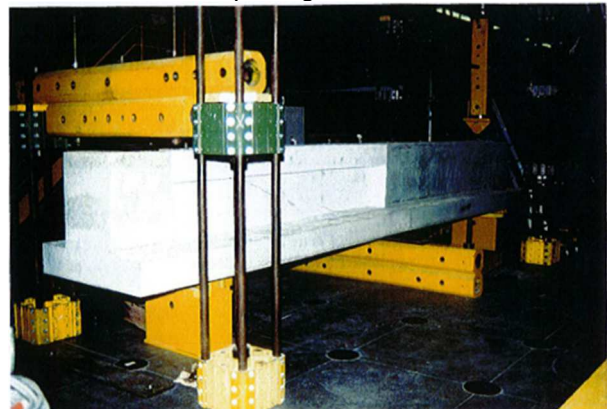


Figure 4 : Montage expérimental

4.2 Détails du modèle numérique

Les simulations numériques de la poutre ont été effectuées en 2D en conditions de contraintes planes.

4.2.1 Approche particulière de modélisation des armatures de flexion en 2D

Dans un contexte de modélisation 2D classique, les barres d'armature peuvent être prises en compte par le biais de plaques équivalentes dont la rigidité globale combine la rigidité du béton entourant les barres d'armature et la rigidité des barres d'armatures.

Dans le contexte d'une approche de modélisation discrète de la fissuration, utilisant des éléments d'interface, la création et la propagation de fissures deviennent problématiques lorsque les barres d'armature sont modélisées par une plaque équivalente. En effet, une fissure ne peut se propager à travers la plaque équivalente en raison de problèmes de transmission de contraintes en pointe de fissure. Afin de pallier ce problème, l'approche proposée permet de s'assurer que la fissure puisse se propager à travers la plaque équivalente. Pour ce faire, en 2D, la zone contenant le béton renforcé de fibres et les barres d'armature est modélisée à l'aide d'une couche d'éléments massifs linéaires ayant une hauteur égale au diamètre de la barre d'armature. Le module d'Young de cette couche est considéré équivalent à celui des modules de l'acier et du BRF en proportion. Les éléments massifs de la couche équivalente sont interfacés par des éléments d'interface se comportant tel que suit :

- Avant la fissuration de la matrice, les éléments d'interface assurent la continuité des efforts et des déplacements par le biais d'une matrice de rigidité très élevée. De ce fait, ces éléments d'interface sont similaires à ceux utilisés pour représenter la fissuration du BRF sans armatures;
- Lorsqu'un élément d'interface atteint sa valeur de résistance à la traction, la fissure peut librement se propager à travers les deux éléments massifs linéaires. Ce critère est aussi celui utilisés pour représenter la fissuration du BRF. Par conséquent, il est nécessaire de connaître le volume de BRF des deux éléments massifs adjacents, pour ensuite soustraire le volume correspondant au volume des barres d'armatures;
- Une fois qu'un élément d'interface est fissuré, les efforts induits par la fissure sont repris par les éléments d'interface représentant l'effet mécanique des barres d'armature, et donc par le biais d'un comportement linéaire élastique résiduel et une rigidité réduite.

Il est aussi important de noter que, pour ce modèle, le comportement résiduel élastique des éléments d'interface de la plaque équivalente est valable uniquement si les barres d'armature demeurent élastiques. Cet aspect a d'ailleurs été vérifié lors de l'essai expérimental. De plus, l'interface acier-matrice est considérée comme parfaite. En ce sens, la dégradation mécanique possible de l'interface acier-matrice à proximité de la fissure est incluse dans la rigidité réduite des éléments d'interface de la plaque équivalente.

4.2.2 Armatures de compression

Les armatures de compression ne sont pas prises en compte dans le tablier de compression puisque peu de fissures sont attendues dans cette partie de la poutre.

4.2.3 Maillage et conditions limites

Le maillage ainsi que les conditions limites de cet essai sont présentés sur la Figure 5.

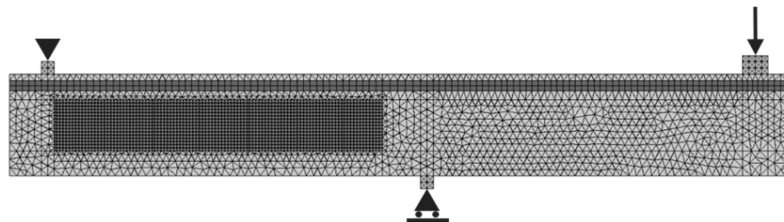


Figure 5 : Maillage et conditions limites de l'essai

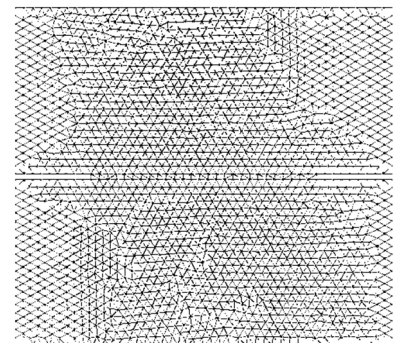


Figure 6 : Maillage de l'essai de traction uniaxiale

4.2.4 Caractérisation du matériau

Le **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** présente la valeur moyenne et l'écart-type de la résistance à la traction requises dans l'approche probabiliste. Ces deux valeurs sont à la fois dépendante du BRF utilisé et de la taille du maillage.

Tableau 1 : Résistance à la traction expérimentale

Paramètre	Valeur (MPa)
Résistance moyenne	4.5
Écart-type	0.7

Tableau 2 : Énergie post-fissuration expérimentale

Paramètre	Valeur (MPa.mm)
Énergie post-fissuration	3.25
Écart-type	1.18

Dans ce modèle, la taille des éléments du maillage, présenté sur la Figure 5, est comparable à la section entaillée des éprouvettes de traction uniaxiale. De cette manière, les valeurs expérimentales obtenues lors de ces essais (Casanova (1995)) peuvent directement être utilisées comme paramètres d'entrée pour les simulations numériques de la poutre. En ce sens, le **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** présente les valeurs des paramètres de la fonction de distribution de l'énergie post-

fissuration pour le calcul de la poutre. Il est important que ces valeurs soient liées à une ouverture de fissure critique δ_c cohérente avec celle obtenue par l'analyse inverse détaillée ci-dessous.

Tel que mentionné précédemment, les valeurs de δ_0 et de δ_c doivent être déterminées par analyse inverse. Pour ce faire, les essais expérimentaux de traction uniaxiale ont été simulés. Pour modéliser ces essais, un prisme équivalent d'une largeur de 106.34 mm et d'une hauteur de 100 mm, avec une entaille périphérique de 2 mm de largeur et de 17.72 mm de profondeur a été utilisée. Ces dimensions permettent de transformer la géométrie du cylindre en un prisme équivalent, tout en préservant l'aire des différentes sections. De ce fait, les aires, pleines et réduites, du prisme équivalent correspondent donc exactement à celles des éprouvettes expérimentales utilisées lors des essais de traction uniaxiale, ayant un diamètre de 120 mm, une hauteur de 100 mm, avec une entaille circonférentielle de 2 mm de largeur et de 20 mm de profondeur. Le maillage du prisme équivalent est illustré sur la Figure 6.

Afin de déterminer les valeurs de δ_0 et de δ_c , 10 simulations numériques ont été réalisées et comparées aux résultats des 10 essais expérimentaux. L'analyse inverse permet alors de déterminer les valeurs de δ_0 et de δ_c égales à 0.1 mm et 3 mm respectivement. Elle permet également de fixer la valeur de l'écart type sur l'énergie post-fissuration de pontage des fibres, puisque celle-ci est relative à la taille des éléments du maillage. La valeur obtenue est égale à 4.2 MPa.mm.. La Figure 7 présente l'ensemble des résultats expérimentaux et numériques de traction uniaxiale, alors que la Figure 8 présente la comparaison des courbes contrainte-ouverture moyenne expérimentale et numérique. Ces deux figures montrent clairement une forte ressemblance entre les résultats expérimentaux et numériques.

Les valeurs présentées ci-dessus ont par la suite été utilisées pour la simulation numérique du comportement en cisaillement de la poutre.

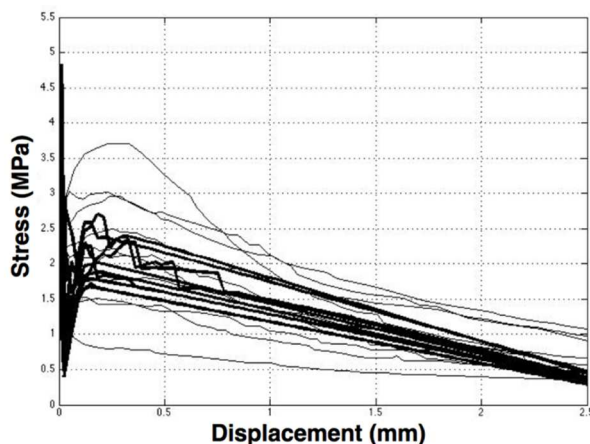


Figure 7: Comparaison des résultats expérimentaux et numériques

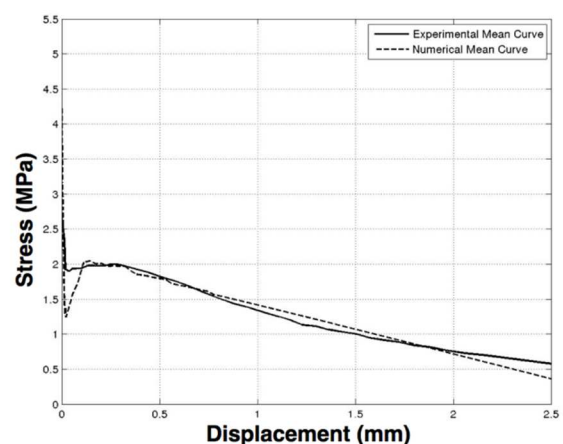


Figure 8 : Comparaison de la courbe contrainte-ouverture moyenne expérimentale et numérique

4.2.5 Rigidité de la plaque équivalente par analyse inverse

Malgré le fait qu'elles ne soient pas directement liées au comportement du BRF, les valeurs de K'_{SN} et K'_{ST} doivent elles aussi être déterminées par analyse inverse pour compléter l'identification des paramètres du modèle.

Par conséquent, il est important que ces paramètres soient déterminés avant l'apparition de fissures de cisaillement, sans quoi le modèle perd toute cohérence. Une analyse de la réponse expérimentale a permis de recenser l'existence de trois régimes de fissuration, soit trois pentes distinctes :

- La première pente est principalement liée aux fissures de flexion, et est contrôlée par les barres d'armature en flexion;
- La seconde pente est liée aux fissures de cisaillement et est donc contrôlée par l'effet de pontage des fibres;
- Finalement, la troisième pente correspond à la propagation d'une fissure horizontale entre l'âme réduite et le tablier de compression.

En ce sens, les valeurs de K'_{SN} et K'_{ST} ont été déterminées pour coller la première pente expérimentale.

4.3 Résultats

Il est important de noter que seul le comportement en cisaillement de la poutre est considéré. En ce sens, la rupture de la poutre n'est aucunement d'intérêt dans cette étude. La Figure 9 présente les résultats numériques de six simulations, et la réponse expérimentale en termes de force-déplacement. Cette même figure montre que la réponse globale numérique moyenne ainsi que l'allure de la courbe coïncide très bien avec la réponse expérimentale. De plus, la Figure 9 montre bien que la réponse expérimentale se situe bien à l'intérieur de la dispersion des réponses numériques.

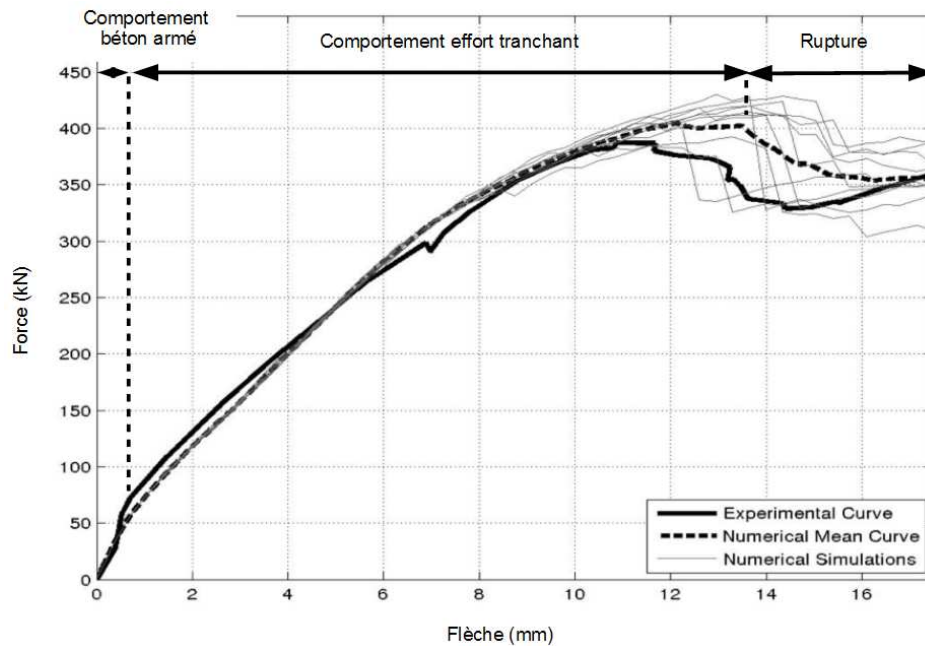


Figure 9 : Résultats numériques

La Figure 10 présente un exemple de faciès de fissuration obtenu pour l'une des réponses globales numériques au pic de la courbe. Cette même figure démontre que le faciès de fissuration obtenu numériquement ressemble fortement à celui observé expérimentalement. L'ouverture de fissure est d'autant plus comparable.

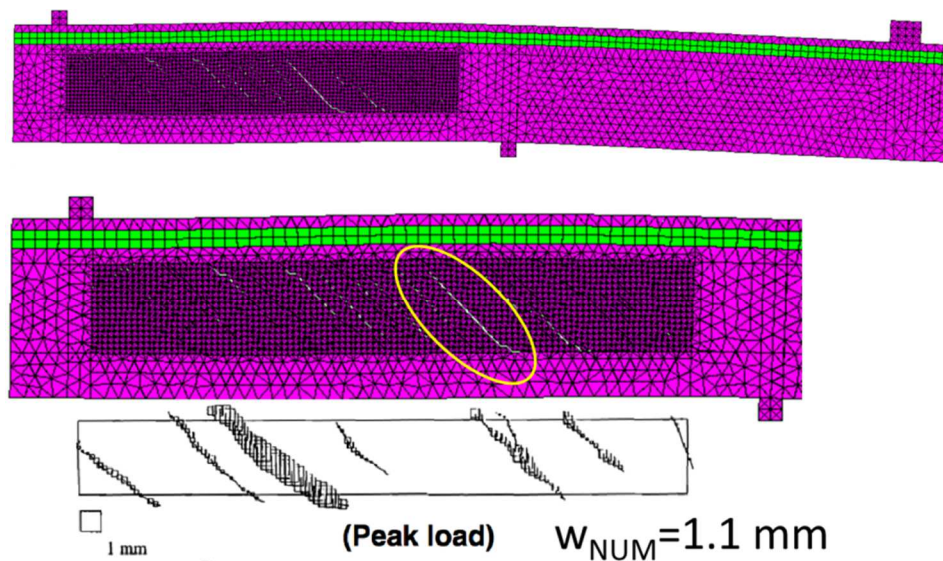


Figure 10 : Faciès de fissuration

5 CONCLUSIONS

Un modèle probabiliste de fissuration explicite des bétons renforcés de fibres utilisant des éléments d'interface a été présenté.

Le modèle se fonde sur les aspects physiques suivants :

- La création de microfissures est la conséquence du comportement de la matrice. De ce fait, l'hétérogénéité de la matrice, facteur d'influence essentiel des processus de fissuration, est prise en compte dans le modèle par une distribution aléatoire des résistances locales, elles-mêmes fonctions de la taille des éléments (effets d'échelle);
- La propagation des macrofissures est contrôlée par le pontage des fibres qui améliore le comportement post-fissuration. Cet effet de pontage des fibres est pris en compte par un modèle d'endommagement, alors que l'énergie post-fissuration correspondante est probabilisée selon une fonction de distribution de type log-normale.

Le modèle a été utilisé pour modéliser le comportement en cisaillement d'une poutre en béton renforcé de fibres contenant des armatures traditionnelles.

La comparaison entre la réponse expérimentale et la réponse numérique est prometteuse à la fois en termes de comportement mécanique global et de processus de fissuration.

6 RÉFÉRENCES

Casanova, P. (1995). Bétons renforcés de fibres métalliques: du matériau à la structure. Paris, École Nationale des Ponts et Chaussées. **Doctorat**: 255.

Rossi, P. (1990). "Coupling between the Cracking Process and Viscous Phenomena in Concrete." Engineering Fracture Mechanics **35**(1-2-3): 79-86.

Rossi, P. (1998). Les bétons de fibres métalliques. Paris, France, Presse des Ponts et chaussées.

Rossi, P. (2012). Experimental Study of Scaling Effect Related to Post-Cracking Behaviours of Metal Fibres Reinforced BEFIB 2012 - Fibre reinforced concrete, Portugal.

Rossi, P. and S. Richer (1987). "Numerical Modelling of Concrete Cracking Based on a Stochastic Approach." Materials and Structures **20**(119): 334-337.

Rossi, P. and X. Wu (1992). "Probabilistic model for material behaviour analysis and appraisalment of concrete." Magazine of Concrete Research **44**(161): 271-280.

Tailhan, J.-L., S. Dal Pont and P. Rossi (2010). "From Local to Global Probabilistic Modeling of Concrete Cracking." Annals of Solid and Structural Mechanics **1**: 103-115.