

Lyon France  
5-6 juillet 2012

## Une approche multi-échelle séquencée pour la prédiction de la perméabilité d'éléments fissurés

X. Jourdain<sup>A</sup>, A. Vallade<sup>B</sup>, J.B. Colliat<sup>B</sup>, C. De Sa<sup>A</sup>, F. Benboudjema<sup>A</sup> et F. Gatuingt<sup>A</sup>,  
A LMT-Cachan, École Normale Supérieure de Cachan, Université Paris VI, CNRS, Cachan, France  
B LML, Université Lille 1 Sciences et Technologies, Villeneuve d'Ascq, France

**RÉSUMÉ:** Ce papier présente une approche multi-échelle séquentielle permettant de résoudre des problèmes de transfert de masse (air ou eau). Les résultats numériques sont confrontés à des données expérimentales obtenues par C. Desmettre et J.P. Charron. Ces derniers ont mesuré le débit traversant un tirant en béton armé sous différents paliers de chargement.

**MOTS CLES :** perméabilité, matériau hétérogène, discontinuité forte

### 1. INTRODUCTION

La durabilité des structures en béton armé est fortement liée à la porosité de la pâte de ciment mais aussi et surtout au faciès de fissuration qui est anisotrope dans la plupart des applications réelles. Qu'elles soient créées par un chargement mécanique ou un environnement thermo-hydrrique défavorable, ces fissures facilitent la pénétration de l'eau et des agents agressifs au sein même du matériau et en conséquence le fragilisent. Il est donc primordial de pouvoir calculer le flux traversant une structure en béton comme les nombreuses applications le montrent : stockage de CO<sub>2</sub>, pont en béton, industrie nucléaire civile, etc. Grâce à un modèle mécanique capable de calculer les ouvertures de fissures dans un matériau hétérogène (Benkemoun et al., 2010), nous résolvons numériquement des problèmes de transfert de masses (air ou eau) dans du béton. La perméabilité peut être calculée avec des faciès de fissuration aussi bien isotropes qu'anisotropes. Le modèle étudié est confronté aux résultats expérimentaux obtenus sur un tirant en béton armé sollicité en traction simple par C. Desmettre et J.P. Charron (Desmettre et al. 1979).

Nous commençons par la description du modèle multi-échelle séquencé : de la modélisation des fissures par la méthode des éléments finis au couplage hydro-mécanique à l'échelle mésoscopique. Ensuite, après avoir résumé l'expérience menée par C. Desmettre et J.P. Charron (Desmettre et al. 1979), les résultats numériques que nous obtenons sont confrontés aux données expérimentales.

### 2. CADRE MULTI-ÉCHELLE SÉQUENCÉ

L'objectif est ici de résoudre des problèmes de transfert à travers un élément composé d'un matériau à base cimentaire fissuré de manière isotrope ou anisotrope. L'application choisie est en béton armé et le béton est lui même un matériau composé de granulats et de mortier. Le modèle mécanique doit donc être capable de représenter un matériau hétérogène. Ce modèle doit également fournir durant

un calcul les ouvertures de fissures  $\llbracket u \rrbracket$ . En effet, le débit traversant une fissure est fortement impacté par cette donnée. En faisant l'hypothèse d'un écoulement de type Poiseuille, le débit  $Q_p$  s'écoulant entre deux plans parallèles écartés d'une ouverture  $\llbracket u \rrbracket$  est proportionnel au cube de cette ouverture ( $Q_p \propto \llbracket u \rrbracket^3$ ).

Le modèle utilisé (Benkemoun et al. 2010) répond à ces deux critères :

- il permet la modélisation de matériaux multi-phasiques (pâte de ciment, granulats et acier ont des caractéristiques de hydrique et mécanique différentes),
- il donne les valeurs d'ouverture de fissure  $\llbracket u \rrbracket$  pour chaque élément endommagé, et cela, quel que soit le type de sollicitation imposée.

Avant de décrire la méthode de résolution du problème de perméabilité, la prochaine partie traitera de ces deux particularités du modèle mécanique.

## 2.1. Représentation de la fissuration : discontinuités fortes

Quand une éprouvette en béton (pâte de ciment et granulats) est soumise à de la traction pure, la contrainte dans la pâte de ciment atteint rapidement sa valeur de rupture ( $f_t \approx 3$  MPa) entraînant l'initiation puis la propagation d'une fissure. Ce phénomène dissipatif appelé "énergie de fissuration" ( $G_f$  [ $J.m^{-2}$ ]) représente l'énergie dissipée par un mètre carré de fissure. Concrètement, cette caractéristique peut être facilement déduite d'un essai de flexion trois points et est en conséquence l'une des caractéristiques les plus utilisées du béton avec la contrainte limite en traction ( $\sigma_t$ ) et le module de Young (E). Ces trois paramètres semblent pertinents pour définir un élément mécanique capable de représenter le comportement fragile d'un matériau comme le béton.

Travailler avec des matériaux fragiles et quasi-fragiles en calcul numérique est aujourd'hui encore un défi et de nombreux modèles existent, chacun ayant ses avantages et ses inconvénients. D'un côté, les modèles discrets (Cundall et al. 1979) Bolander-Jr et al. 1998 sont capables de représenter correctement la fissuration mais ils ont souvent besoin d'une étape de post-traitement afin de calculer la direction et l'ouverture des fissures. De l'autre, sur la base des Éléments Finis, différentes approches existent comme les modèles de fissuration répartie (Hillerborg 1991). Leur principal inconvénient est leur dépendance au maillage, problème pouvant être résolu par l'introduction d'une longueur caractéristique, mais là encore, un post-traitement est nécessaire dans la plupart des cas pour obtenir les ouvertures de fissures.

Récemment (Wells et al. 2000), (Brancherie et al. 2009), (Moes et al. 1999), un élégant modèle de fissuration basé sur la théorie des Éléments Finis a été développé. Cette méthode est indépendante du maillage utilisé et ne nécessite aucun re-maillage mais introduit une discontinuité forte dans le champ de déplacement. La discontinuité forte est activée grâce à une fonction seuil  $\Phi$  :

$$\Phi(t, \alpha) = t - (\sigma_f - \alpha) \quad [1]$$

où  $t$  est la norme du vecteur traction à la discontinuité et  $\sigma_f$  la contrainte limite. L'adoucissement est introduit par une variable  $\alpha = \kappa(\llbracket u \rrbracket)$  en considérant la forme exponentielle (cf figure 1),

$$\kappa(\llbracket u \rrbracket) = \sigma_f (1 - \exp(-\frac{\sigma_f}{G_f}(\llbracket u \rrbracket))) \quad [2]$$

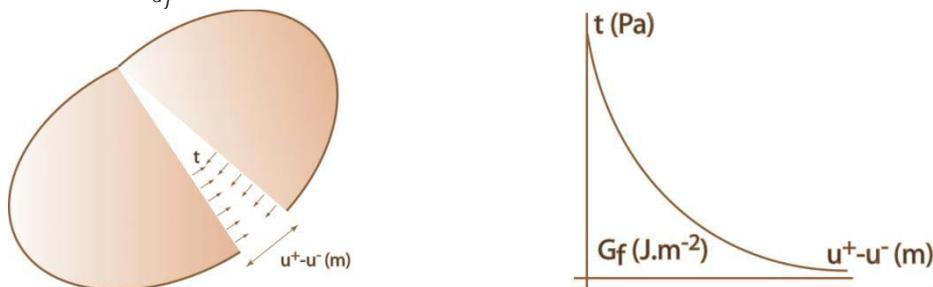


Figure 29. Représentation de la fissuration par discontinuité forte et processus d'ouverture

La prochaine partie est consacrée à la description du calcul de perméabilité.

## 2.2. Écoulement à l'échelle mésoscopique : La loi de Poiseuille

Une fois la fissure initiée, l'objectif est de résoudre le problème de transfert de masse dans le maillage endommagé. Ici réside la clé de cette modélisation : le matériau possède une "double porosité". À une échelle microscopique, la porosité de la pâte de ciment est isotrope, elle est associée à la perméabilité du matériau sain (diamètre des pores < 10 μm). Le débit est calculé à partir de la loi de Darcy (équation 3). Cette équation lie la densité de débit massique  $\underline{q}$  [kg.s<sup>-1</sup>.m<sup>-2</sup>] à la pression  $p$ .

$$\underline{q} = \rho \underline{v} = -\frac{1}{\mu} \rho \cdot k \cdot \underline{1} \cdot \underline{grad}(p) \quad [3]$$

L'unité de la perméabilité ( $k$ ) est le m<sup>2</sup>. La vitesse du fluide ( $\underline{v}$ ) est exprimée en m.s<sup>-1</sup>,  $\mu$  est la viscosité du fluide étudié ( $\mu_{eau} = 8,90 \cdot 10^{-4}$  Pa.s à 293 K) et  $\rho$  sa masse volumique exprimée en kg.m<sup>-3</sup>.

Une fois la première fissure initiée, une porosité plus importante apparaît et la perméabilité croît. Si le faciès de fissuration est isotrope, il est possible de relier analytiquement l'endommagement à la perméabilité (Dormieux et al. 2004). Dans le cas où le faciès est anisotrope, ce qui représente la plupart des sollicitations réalistes, le problème est plus complexe à résoudre. Prendre en compte l'anisotropie du faciès de fissuration est inhérent au modèle présenté dans cet article. La loi de comportement est implémentée au niveau de l'élément par un écoulement de Poiseuille entre deux plans parallèles (cf figure 2 et équation 4).

$$q_{Bar} = \rho v_{Bar} = \rho \frac{[[u]_{Bar}^3 \Delta p}{12\mu L_{Bar} L} \quad [4]$$

$\rho$ , la masse volumique est une constante dans l'équation 4 puisque cette équation est donnée pour un fluide incompressible.

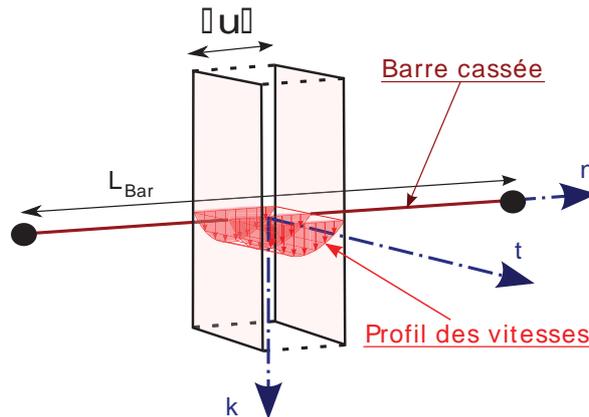


Figure 30. Champ de vitesses pour un écoulement de Poiseuille entre deux plans parallèles

Une fois les matrices de perméabilité élémentaires écrites, la "double porosité" est obtenue en sommant la perméabilité isotrope et la perméabilité anisotrope due à d'éventuelles fissures :

$$\underline{\underline{K}} = \underline{\underline{K}}_{iso} + \underline{\underline{K}}_{ani}$$

où  $\underline{\underline{K}}_{iso} = \frac{-k}{\mu} \underline{\underline{1}}$  et  $\underline{\underline{K}}_{ani} = \frac{[[u]^3}{L\mu} (\underline{\underline{1}} - \underline{n} \otimes \underline{n})$  [5]

Comme le montre la forme de la matrice de perméabilité anisotrope, aucun débit ne s'écoule dans la direction colinéaire à la direction de la barre. À l'opposé, dans la direction perpendiculaire à celle de la barre, la perméabilité vaut  $\frac{[[u]^3}{L\mu}$ .

Une fois les matrices élémentaires assemblées grâce à un code Éléments Finis classique, le problème est résolu et le débit macroscopique peut être calculé. Cette méthode est une manière élégante de prendre naturellement en compte la tortuosité et la connectivité des fissures dans un calcul de perméabilité.

### 2.3. Perméabilité d'un élément en Béton Armé (BA) sous traction

L'approche multi-échelle présentée dans cet article est clairement adaptée aux problèmes de transfert de masse au travers d'éléments structurels en béton armé. Pour la valider, nous allons la confronter aux résultats expérimentaux de (Desmettre et al. 2011), qui ont dimensionné un essai couplé traction – perméabilité sur des éprouvettes en béton armé (parallélépipède en béton de 610 x 90 x 90 mm<sup>3</sup> entourant une barre d'acier de 11 mm de diamètre). L'objectif est ici d'évaluer la perméabilité au cours du chargement et donc du processus de fissuration.

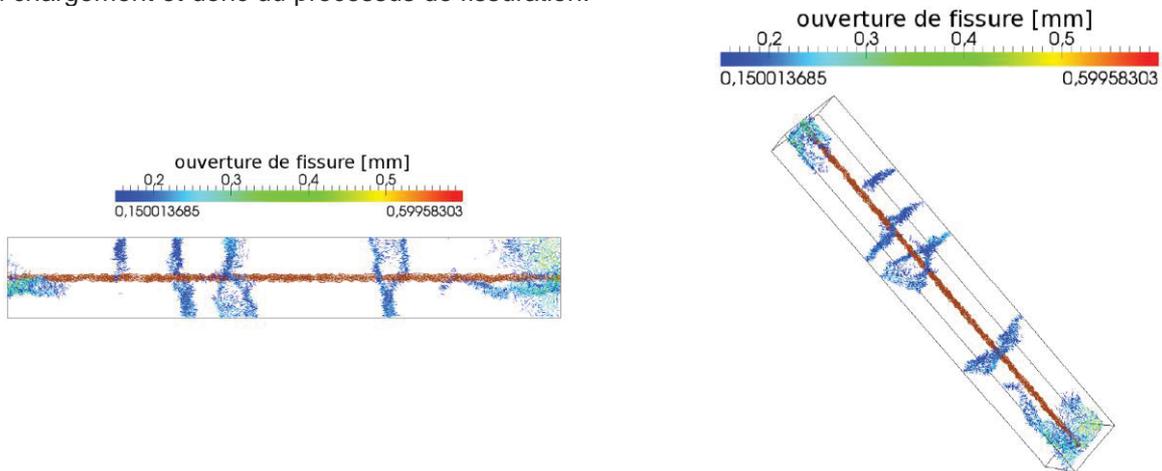


Figure 31. Tirant en BA : faciès de fissuration numérique

L'analyse mécanique sur ce tirant en BA est réalisée à l'échelle fine par un treillis spatial constituant un maillage non-adapté [BEN 10]. Afin de reproduire les conditions aux limites expérimentales, les déplacements sont imposés aux deux extrémités de la barre d'acier. L'augmentation progressive du chargement entraîne une évolution du faciès de fissuration dans l'élément en béton. La figure 3 montre un faciès typique obtenu par analyse numérique. Trois fissures macroscopiques sont réparties le long du tirant, résultat en accord avec les observations expérimentales. De plus, la figure 4 souligne la concordance entre l'évolution des ouvertures de fissures au cours du chargement obtenue numériquement et expérimentalement.

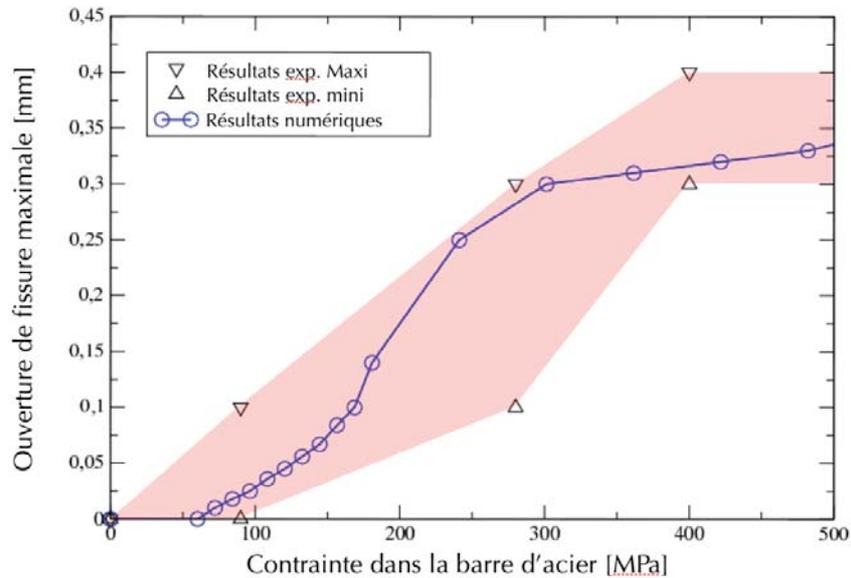


Figure 32. Tirant en BA : faciès de fissuration numérique évolution de l'ouverture de fissure maximum en fonction de la contrainte dans la barre d'acier (résultats expérimentaux (Desmettre et al. 2011) vs résultats numériques)

Du point de vue de la perméabilité (les essais sont menés avec de l'eau), la figure 5 montre la norme du vecteur débit massique [kg.s<sup>-1</sup>] à la fin du processus de fissuration. Même si l'éprouvette en béton

possède un grand nombre de méso-fissures, le transfert de masse se produit principalement dans un nombre réduit de ces fissures représentant des chemins de percolation qui peuvent être assimilés du point de vue du transfert de masse à des macro-fissures. Il est intéressant de noter que pour la détermination des macro-fissures d'un élément structurel, l'analyse par transfert de masse peut avantageusement remplacer un critère sur l'ouverture de fissure. De plus par cette méthode, le résultat est simple à obtenir puisque cette analyse est linéaire et donc rapide à résoudre.

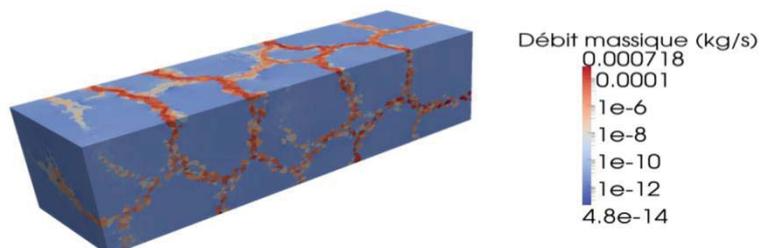


Figure 33. Tirant en BA : Valeurs numériques de la norme du débit massique

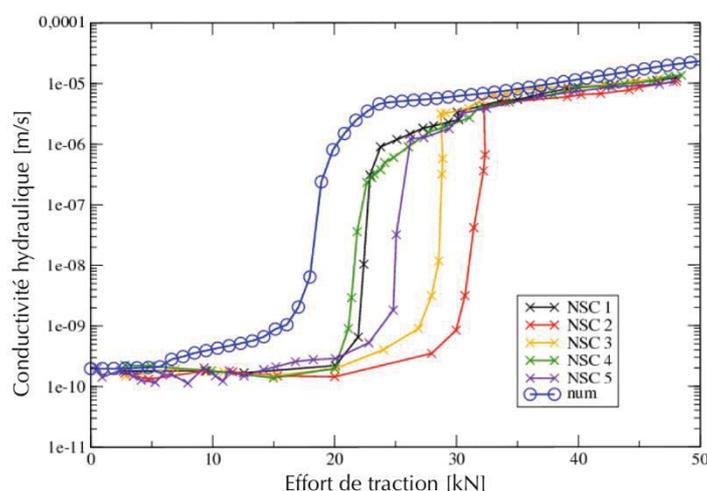


Figure 34. Tirant en BA : Évolution de la conductivité hydraulique au cours du chargement

Enfin, la figure 6 représente l'évolution de la conductivité hydraulique [ $m.s^{-1}$ ] au cours du chargement. Cette dernière augmente d'approximativement  $2.10^{-10} m.s^{-1}$  à  $1.10^{-5} m.s^{-1}$  à la fois pour les résultats numériques et expérimentaux. Il est également intéressant de noter que la vitesse d'augmentation de la conductivité hydraulique est elle aussi bien modélisée. Cependant, sa forte augmentation commence un peu plus tôt pour la modélisation numérique en comparaison des résultats expérimentaux. Malgré tout, ces résultats sont encourageants aux vues des dispersions des résultats expérimentaux et l'hétérogénéité du béton.

### 3. Conclusion

Cet article présente les résultats donnés par un modèle mésoscopique capable de calculer le débit traversant une éprouvette sous chargement. Trois points ont été validés :

- L'espacement des fissures (trois fissures principales sur l'éprouvette de 610 mm de long),
- L'ouverture des fissures (ouverture maximum de 0,35 mm lorsque la limite de plasticité est atteinte dans la barre en acier),

– Les valeurs de la perméabilité durant le chargement (augmentation de cinq ordres de grandeur par rapport à la perméabilité du matériau sain pour cette étude).

Les résultats numériques obtenus sont donc encourageants, surtout en sachant que les conditions aux limites de la modélisation pourraient être améliorées pour correspondre au dispositif expérimental.

#### 4. Références

- BENKEMOUN, N., HAUTEFEUILLE, M., COLLIAT, J. B., IBRAHIMBEGOVIC, A. (2010) Failure of heterogeneous materials : 3D meso-scale FE models with embedded discontinuities , International Journal for Numerical Methods in Engineering, 82 : 1671-1688.
- BOLANDER-JR, J. E., SAITO, S. (1998) Fracture analyses using spring networks with random geometry, Engineering Fracture Mechanics, 61 : 569-591.
- BRANCHERIE, D., IBRAHIMBEGOVIC, A. (2009) Novel isotropic continuum-discrete damage model capable of representing localized failure of massive structures, Engineering Computation, 26 : 100-127.
- CUNDALL, P. A., STRACK, O. D. L. (1979) A discrete numerical model for granular assemblies, Geotechnique, 29 : 47-65.
- DESMETTRE, C., CHARRON, J. P. (2011) Novel water permeability device for reinforced concrete under load, Materials and Structures, 44 :1713-1723.
- DORMIEUX, L., KONDO, D. (2004) Approche micromécanique du couplage perméabilité-endommagement », C.R. Mécanique, 332 : 135-140.
- HILLERBORG, A. (1991) Application of the fictitious crack model to different types of materials », International Journal of fracture, 51 : 95-102.
- MOES, N., DOLBOW, J., BELYTSHKO, T. (1999) A finite element method for crack growth without remeshing, International Journal of Numerical Methods in Engineering, 46 : 131-150.
- WELLS, G. N., SLUYS, L. J. (2000) Application of embedded discontinuities for softening solids, Engineering Fracture Mechanics, 65 : 263-281.