

Lyon France
5-6 juillet 2012

Effet de raidissement en traction du béton avec des armatures inox

S. Alih, H. Fares, A. Khelil,
Université de Lorraine, IJL UMR 7198 CNRS – Equipe 207 - Villers Les Nancy, F-54601

RESUME : Cet article présente les propriétés d'interaction entre les armatures en acier inoxydable et le béton. Un modèle de raidissement en traction du béton est développé pour modéliser cette interaction. Ce modèle est intégré dans l'analyse globale d'une poutre en béton armé. Une méthode inverse basée sur la combinaison de résultats expérimentaux et numériques obtenus à partir d'une analyse non-linéaire (NNA) est développée pour déterminer les paramètres du modèle. L'effet de raidissement développé pour l'acier inox est comparé à celui de l'acier standard.

MOTS CLES : Acier inoxydable, Tension-stiffening model, raidissement en traction du béton.

1. INTRODUCTION

Le béton étant un matériau de très faible résistance en traction, la fissuration des structures en béton armé intervient en général pour des charges de service peu élevées. Dans une section fléchie, la contribution mécanique du béton est souvent négligée pour les bétons courants. Les règles de dimensionnement et des analyses des structures existantes ne prennent pas en compte cette contribution mécanique du béton tendu. Dans l'analyse globale d'un élément en béton, le comportement d'une barre d'acier seule n'est pas le même que celui d'une barre enrobée de béton. L'adhérence permet au béton situé entre les fissures de résister à des efforts de traction, réduisant ainsi le niveau moyen d'effort dans l'acier. Ce phénomène a comme conséquence un gain de rigidité, c'est ce qu'on appelle le raidissement en traction tension stiffening (YUI 2003). Il permet de prendre en compte, dans le comportement global, l'apport positif du béton entourant les barres. Une façon simple de prendre en compte ce phénomène local est d'utiliser une courbe contrainte-déformation moyenne pour le béton tendu dans l'analyse globale (YIN 2011). Plusieurs investigations ont été développées pour modéliser ce phénomène dans le but de prédire le comportement des structures en modifiant les lois de comportement de l'un des deux matériaux en présence (ce raidissement peut être incorporé à l'une ou l'autre des lois de comportement matériaux acier et béton). Pour le béton cet effet est inclus en ajoutant, après fissuration et lors de l'analyse du comportement global de l'élément, une branche descendante à la loi de comportement du béton en traction. Pour cette étude, nous avons adapté le modèle de comportement proposé par (JANTE 2006) (figure 1) pour représenter les propriétés d'interaction entre les armatures en acier inoxydable et le béton. Quatre paramètres C_d , C_b , C_p , et C_s sont nécessaires pour caractériser complètement ce modèle. Les caractéristiques mécaniques du béton dans la phase de traction sont f'_t and ϵ_{cr} ;

$$f'_t = 0.3f_{ck} \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\varepsilon_{cr} = \frac{f'_t}{E}$$

f_{ck} : Résistance à la compression du béton; E : module d'élasticité

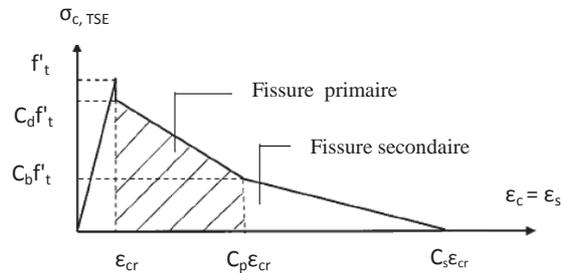


Figure 1. Modèle de raidissement en traction

La prise en compte de l'effet raidissant du béton permet une modélisation plus rigoureuse du comportement mécanique du béton tendu. L'étude porte des éléments en béton armé avec des armatures inox de type austénitite (haute adhérences (HA)).

2. PRINCIPE ET METHODE

Afin de déterminer les quatre paramètres caractérisant le modèle de raidissement en traction, une approche numérique non linéaire (NNA) du comportement d'une section fléchie est développée. Ce calcul est basé l'analyse de la courbe force – déplacement et du comportement d'une section fléchie. La procédure de calcul est représentée sur la figure 2. Au début de l'analyse des valeurs initiales des paramètres de raidissement ainsi que les autres propriétés mécaniques de l'élément en béton sont introduites. Dans la première itération, le comportement en section puis de l'élément fléchi est analysé. L'étude en section fournit le détail des propriétés pour une fibre donnée pour chaque incrément de charge. Ces propriétés seront ensuite utilisées dans l'analyse globale de l'élément fléchi afin de déterminer la courbe de force-déplacement à mi-travée. La courbe force-déplacement obtenue à partir de ce calcul est ensuite comparée à celle obtenue à partir des essais de flexion 4 points d'une poutre. Le modèle de raidissement en traction appliqué dans l'analyse de la section est alors corrigé en changeant les valeurs des quatre paramètres C_d , C_b , C_p , C_s ainsi que les valeurs de la courbe force-déplacement issue du calcul jusqu'à ce que les résultats convergent vers ceux issues des mesures. L'ensemble de paramètres qui donnent la meilleure approximation des valeurs expérimentales sont adoptés comme valeurs de référence pour le raidissement en traction du béton armé avec des armatures inoxydables.

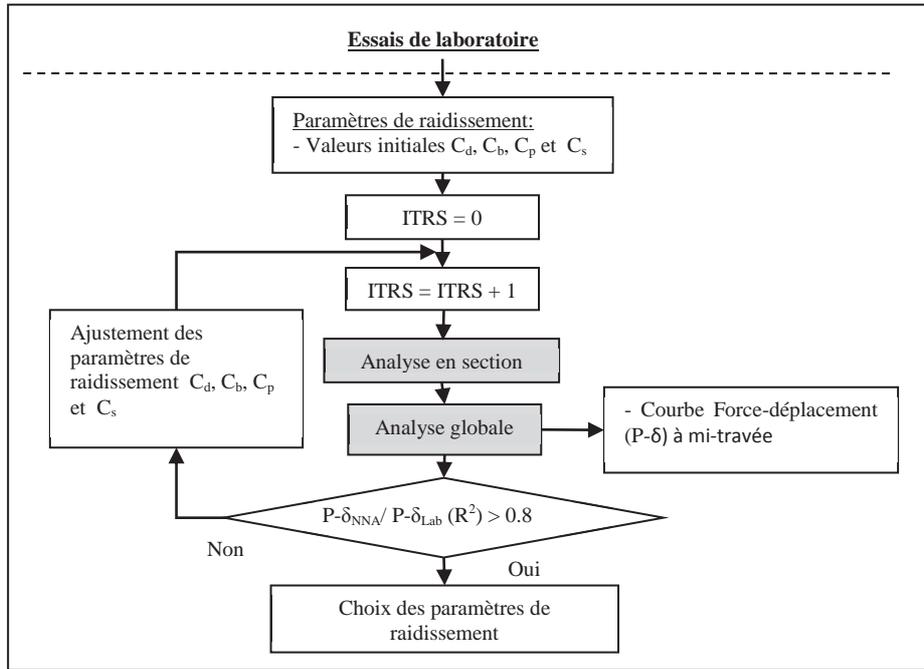


Figure 2. Étapes de calcul dans l'analyse non-linéaire

L'erreur entre les deux courbes expérimentale et numérique est calculée à partir du coefficient R^2 défini dans la figure 2. Les valeurs des coefficients C_d , C_b , C_p et C_s qui minimisent cette erreur sont considérés comme les paramètres du modèle.

3. MODELES DE COMPORTEMENT DES MATERIAUX ACIER ET BETON

3.1 Loi de comportement du béton

Dans la zone comprimée du béton nous considérons le polynôme de degré 4 pour représenter la loi de comportement du béton [Bouzaiene 1997];

$$\sigma_c = a_0 + a_1 \varepsilon_c + a_2 \varepsilon_c^2 + a_3 \varepsilon_c^3 + a_4 \varepsilon_c^4 \quad [1]$$

Les coefficients peuvent être déterminés par identification avec la courbe expérimentale.

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \varepsilon_m & \varepsilon_m^2 & \varepsilon_m^3 & \varepsilon_m^4 \\ 0 & 1 & 2\varepsilon_m & 3\varepsilon_m^2 & 4\varepsilon_m^3 \\ 1 & 1 & 2C_u \varepsilon_m & 3(C_u \varepsilon_m)^2 & 4(C_u \varepsilon_m)^3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ E_{ci} \\ f_m \\ 0 \\ E_{cf} \end{Bmatrix} \quad [2]$$

ou, $f_m = k_c \cdot f'_c$, $k_c = 1.0$. E_{ci} est le module initial du béton, E_{cf} est le module d'élasticité à l'état limite ultime., $C_u = 1.5$ et ε_m est la déformation maximale.

En ce qui concerne le béton tendu, on utilise la relation de contrainte-déformation représentée sur la figure 1 ainsi que les paramètres de raidissement en traction décrits ci-dessus.

3.2 Loi de comportement de l'acier inoxydable.

Les aciers inoxydables austénitiques présentent une excellente résistance à la corrosion. Ces aciers riches en chrome sont ductiles et ont une résistance mécanique élevée. Ils sont amagnétiques et sont

formables et soudables. L'élément étudié est composé d'une section d'acier inoxydable (austénite) disposée dans la zone tendue. Une loi de comportement spécifique pour cet acier a été développée par les auteurs dans une précédente étude (Alih et Khelil 2012)

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{177\,305} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{480} \right)^{5.56} \quad \text{for } \sigma \leq \sigma_{0.2} \quad [3]$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma-480}{34\,724} + 0.38 \left(\frac{\sigma-480}{293} \right)^{3.17} + 0.0047 \quad \text{for } \sigma > \sigma_{0.2} \quad [4]$$

ou $\sigma_{0.2}$ est la limite élastique de l'acier correspondant à 0.2% de déformation.

4. ANALYSE EN SECTION

Le modèle de simulation développé repose en premier lieu sur le comportement de la section en intégrant les lois contrainte-déformation du béton et des armatures. Pour cela, on subdivise la section en plusieurs couches. Le diagramme des déformations axiales est considéré linéaire, seuls deux paramètres sont nécessaires pour le définir à chacune des couches ; la courbure ϕ et la profondeur de l'axe neutre inélastique Y_c . Cette approche de discrétisation horizontale de la section associée à l'intégration sur toute la longueur de la poutre qui est divisée en plusieurs sections (295 sections de 10 mm de longueur) permet de représenter le plus justement possible le comportement structural.

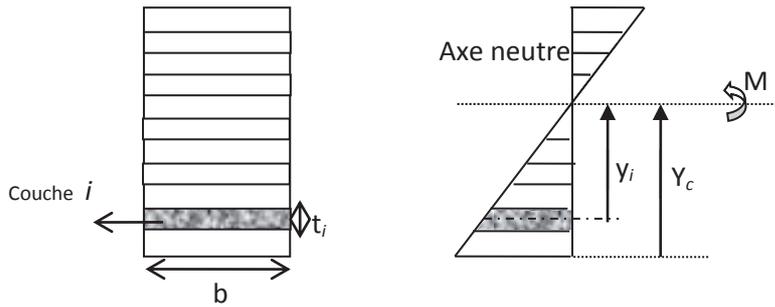


Figure 3. Analyse de la section

La procédure de calcul repose sur le calcul de la rigidité axiale et flexionnelle non linéaire autour de l'axe y. La rigidité axiale d'une section située à la fibre Y est donnée par l'intégrale suivante:

$$EA_s = \int_{Y_N}^{H+Y_N} E(Y) \cdot B \cdot dY + \sum_{i=1}^N (E_{sti} - E_{cti}) A_{sti} + \sum_{j=1}^M (E_{sbj} - E_{cbj}) A_{sbj} \quad [5]$$

$$E(Y) = \frac{\sigma(Y)}{\varepsilon(Y)} \quad [6]$$

$$E_{sti} = \frac{\sigma_{sti}}{\varepsilon_{sti}} \quad [7]$$

$$E_{sbj} = \frac{\sigma_{sbj}}{\varepsilon_{sbj}} \quad [8]$$

N, M sont le nombre de couche de renforcement (section d'acier) disposé respectivement sur la partie supérieure et inférieure.

La rigidité flexionnelle (EI_s) est donnée par l'intégrale suivante:

$$EI_s = \int_{Y_N}^{H+Y_N} E(Y) \cdot B \cdot (Y - Y_o)^2 \cdot dY + \sum_{i=1}^N (E_{sti} - E_{cti}) A_{sti} (H + Y_N - Y_{sti} - Y_o)^2 + \sum_{j=1}^M (E_{sbj} - E_{cbj}) A_{sbj} (Y_N - Y_{sbj} - Y_o)^2 \quad [9]$$

Is est l'inertie de flexion par rapport au centre inélastique de flexion Y_c .

Les efforts internes moment (M_{int}) et effort axial F_x s'expriment de la façon suivante :

$$F_x = \int_{Y_N}^{H+Y_N} \sigma(Y).B.dY + \sum_{i=1}^N (E_{sti} - E_{cti}) \varepsilon_{sti} A_{sti} + \sum_{j=1}^M (E_{sbj} - E_{cbj}) \varepsilon_{sbj} A_{sbj} \quad [10]$$

$$M_{int} = \int_{Y_N}^{H+Y_N} \sigma(Y).B.(Y - Y_o)^2 .dY + \sum_{i=1}^N (E_{sti} - E_{cti}) \varepsilon_{sti} A_{sti} (H + Y_N - Y_{sti} - Y_o) + \sum_{j=1}^M (E_{sbj} - E_{cbj}) \varepsilon_{sbj} A_{sbj} (Y_N - Y_{sbj} - Y_o) \quad [11]$$

Les lois de comportement sont intégrées par zone de sollicitation de part et d'autre de l'axe neutre. Les formes explicites des rigidités ainsi que les efforts internes sont déterminés pour toutes les couches en effectuant le calcul suivant :

$$EA_s = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{NRi} EA_{ij} \quad [12]$$

$$F_x = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{NRi} F_{xij} \quad [13]$$

$$EI_s = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{NRi} EI_{ij} \quad [14]$$

$$M_{int} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{NRi} M_{cij} \quad [15]$$

NRi est le nombre de couche par zone

Les propriétés effectives de la section correspondantes à chaque incrément de charge sont évaluées comme suit :

1. La courbure instantanée est déterminée en divisant le moment appliqué par la valeur la de la rigidité flexionnelle de la section :

$$\phi = \frac{M}{EI_s} \quad [16]$$

2. Les hauteurs des zones tendue et comprimées sont définies en utilisant le dernier calcul de la position de l'axe neutre inélastique Y_c et la hauteur totale de la section H : $Y_{N1} = H - Y_c$ and $Y_{N2} = Y_c$
3. Les rigidités (EA_s , EI_s), les efforts internes (F_x) et (M_{int}) sont calculées pour la déformation axiale moyenne sur chacune des couches à partir des équations [12] – [15].
4. A cette étape de calcul, la position de l'axe neutre est analysée en utilisant le critère de convergence suivant :

$$\frac{ES}{EA_s Y_c} \leq 5 \times 10^{-7} \quad [17]$$

$$\text{Avec } ES = \frac{F_x}{\phi} \quad [18]$$

5. Si l'équation [17] est satisfaite, l'équilibre entre les efforts externes et internes est atteint, la position de l'axe neutre ainsi que les caractéristiques correspondantes de la section sont retenues. Si non, on répète les étapes de calcul de 1 à 4 en utilisant la position de Y_c corrigé jusqu'à ce que le critère de convergence soit satisfait.

$$Y_{c(\text{corrigé})} = Y_{c(\text{actuel})} + \frac{ES}{EA_s} \quad [19]$$

6. L'arrêt du processus de calcul est gouverné par l'atteinte des critères de rupture implémentés à savoir l'écrasement du béton ou l'atteinte de la déformation ultime de l'acier. Une valeur cible de rupture du béton est fixée égale à 0.003 fois sa résistance en compression.

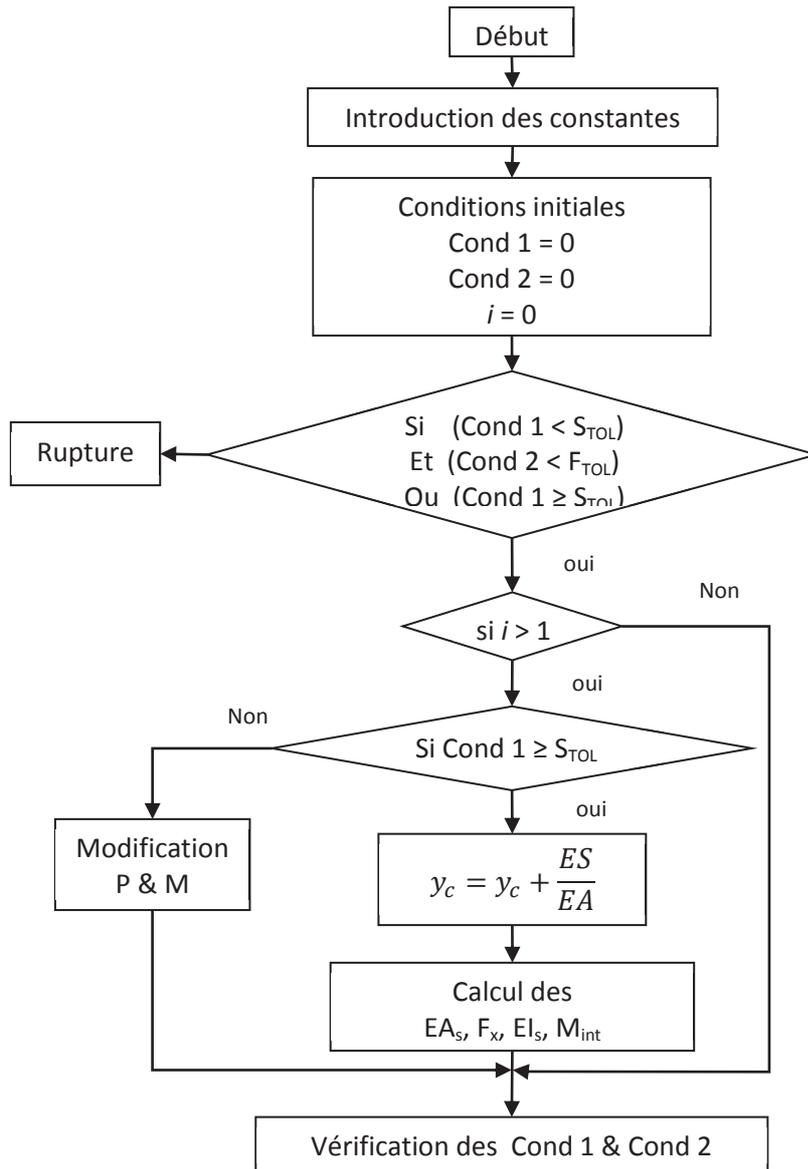


Figure 4. Organigramme du calcul numérique développé sous MATLAB

5. ANALYSE GLOBALE DE L'ELEMENT

5.1 Méthode d'analyse

Le comportement global de l'élément est réalisé en utilisant une discrétisation verticale. L'effet de raidissement du béton en traction (tension stiffening), considéré permet le calcul d'une nouvelle relation moment-courbure. Le profil de courbure le long de la poutre associé à une certaine distribution du moment de fléchissant est alors estimé. La procédure développée pour l'analyse de la section est reprise pour calculer les courbures associées à un moment appliqué à chaque section (la poutre étant divisée en plusieurs sections droites). La rotation aux points de calcul le long de la poutre est obtenue en intégrant numériquement les courbures obtenues par l'analyse en section. L'effet cumulatif des rotations le long de la demi-travée est considéré pour une seconde intégration numérique qui permet alors d'obtenir le profil de la déformée de la poutre. Pour la flexion 4 points, cette intégration s'exprime par :

$$\Delta_{midspan} = \int_0^{L/2} x\varphi(x)dx = \sum_{i=1}^{N_s} \frac{P}{2EI_{si}} \left[\frac{x_{i+0.5}^3 - x_{i-0.5}^3}{3} \right] + \frac{PLa}{2EI_{si}} \left[\left(\frac{L}{2} \right)^2 - (La)^2 \right] \quad [20]$$

N_s est le nombre de segment le long de la poutre, P est la force totale ; $X_{F-0.5}$ est la distance de l'appui à l'origine du segment i ; $X_{i+0.5}$ est la distance de l'appui à l'extrémité du segment i ; L_a = distance entre l'appui et le point d'application de la force, and EI_{sF} = rigidité flexionnelle du segment i . La figure 7 montre la comparaison entre de la flèche mi-travée calculée et celle obtenue expérimentalement.

Le modèle de raidissement en traction appliqué dans l'analyse en section est alors corrigée en changeant les valeurs des quatre paramètres ; C_d , C_b , C_P , C_s ainsi les valeurs de la courbe de force-déplacement issue du calcul numérique jusqu'à concordance des résultats numériques et expérimentaux. Les paramètres qui donnent la meilleure approximation sont adoptés comme valeur de référence définissant ce raidissement pour l'élément en béton avec de l'acier inox. Ces valeurs estimées par la méthode inverse donnent une représentation plus fiable des propriétés d'interaction entre l'acier inox et le béton.

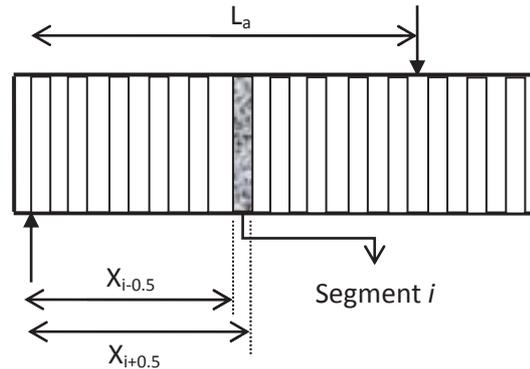


Figure 5. Discrétisation verticale de la poutre

5.2 Dispositif d'essai

Les résultats obtenus à partir du calcul non linéaire sont comparés aux résultats expérimentaux afin de déterminer le modèle de raidissement en traction. Pour cela une poutre en béton avec des armatures inox est réalisée. Les corps d'épreuves choisis sont des poutres de section rectangulaires. Les caractéristiques géométriques et le schéma de ferrailage sont représentés sur la figure 6. Les poutres sont placées dans un bâti approprié pour réaliser l'essai de flexion 4 points. Le dispositif d'essai est constitué d'un vérin équipé d'un chevêtre assurant la répartition de l'effort total appliqué en deux points de chargement symétrique par rapport à l'axe de la poutre. La poutre repose sur deux appuis simples pour éviter la mise en jeu d'un effort normal parasite dès que les flèches atteignent des valeurs significatives. La charge est appliquée de façon monotone croissante jusqu'à la rupture de l'élément. Le pilotage du vérin est réalisé par régulation en force.

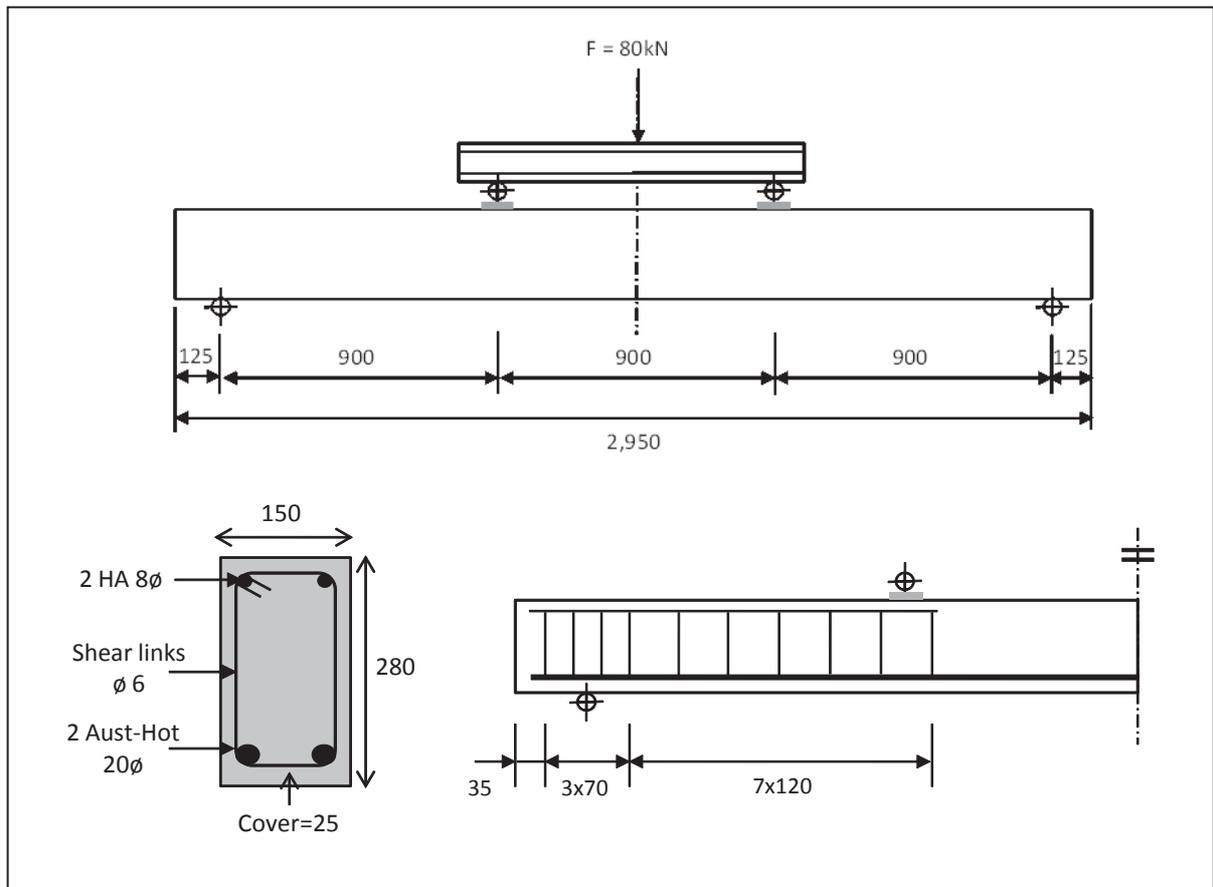


Figure 6. Caractéristiques géométriques et armatures

Cette flexion 4 points génère une zone de moment constant sur 0.9 m permettant d'obtenir un réseau de fissuration significatif en partie médiane de la poutre. La résistance en compression du béton est égale à 50 Mpa et le module instantané est égal à 37.5 MPa.

5.3 Détermination des paramètres du modèle de raidissement en traction du béton.

Le tableau 1 montre les quatre séries de valeurs testées des paramètres du C_d , le C_b , C_p , C_s . Basé sur les propriétés obtenues à partir de l'analyse en section (analyse non linéaire) et de l'analyse globale de l'élément, la comparaison avec des résultats expérimentaux donne les valeurs suivantes : $C_d = 0.9$; $C_b = 0.6$; $C_p = 4$ et $C_s = 40$.

En implémentant ces paramètres dans l'analyse non linéaire la courbe force déplacement obtenue est comparée avec celle déduite de l'expérimentation (figure 7). On constate une bonne concordance des résultats numériques et expérimentaux. La figure 8 montre que le modèle de raidissement en traction développé pour le comportement global d'un élément en béton armé avec des armatures inox de type austénitique. Ce modèle est implémenté dans le code de calcul par élément finis Abaqus.

Table 1. Paramètres de raidissement en traction

Paramètres	Valeurs sélectionnées de C_d	Valeurs sélectionnées de C_b	Valeurs sélectionnées de C_p	Valeurs sélectionnées de C_s	Paramètres sélectionnés
C_d	0.8, 0.9 , 1	1.5	1.5	1.5	0.9
C_b	0.5	0.45, 0.5 , 1	0.8	0.8	0.5
C_p	4	4	4, 5 , 6	4	5
C_s	40	40	40	5, 10, 13 , 20	13

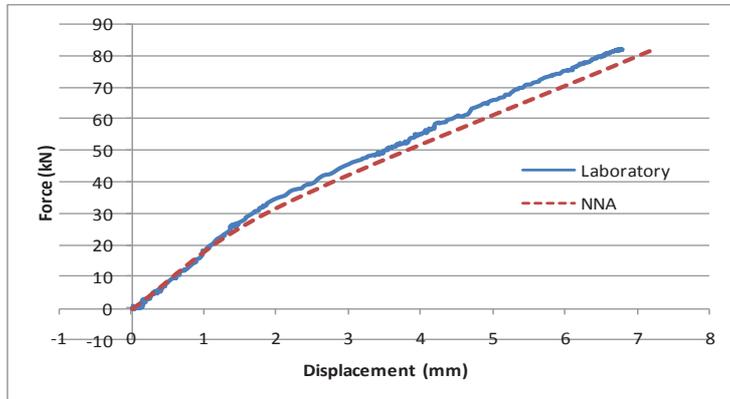


Figure 7. Courbes force-déplacement

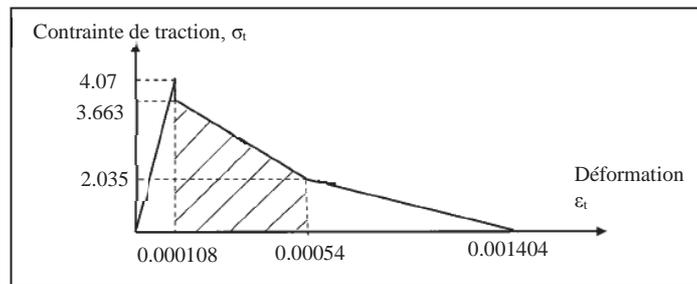


Figure 8. Modèle de raidissement en traction pour une poutre en béton armé avec des armatures inoxydable

Selon une étude entreprise par (RIM et al 2006), les valeurs choisies pour les paramètres de raidissement en traction pour une poutre en béton armé avec de l'acier carbone sont : $C_d = 0.8$, $C_b = 0.45$, $C_P = 4$, et $C_s = 10$. La figure 9 montre la comparaison entre les deux modèles pour l'acier inox et l'acier carbone.

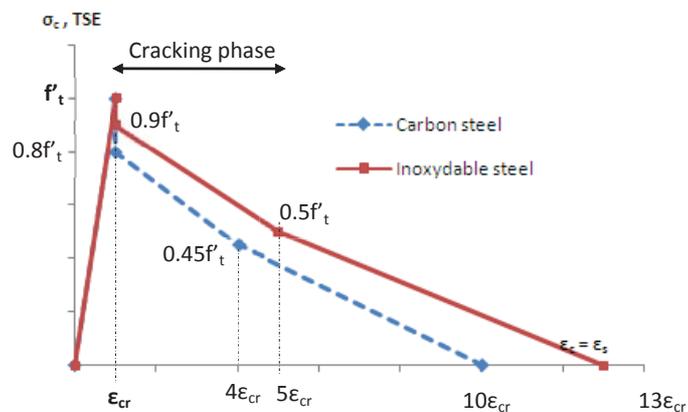


Figure 9. Comparaison des modèles de raidissement en traction du béton avec des armatures avec de l'acier et de l'acier carbone

On constate que l'effet de raidissement en traction provoqué par l'acier inoxydable est plus élevé que celui induit par l'acier standard utilisé en béton armé. Dans la phase de rupture, le raidissement avec de l'acier inoxydable augmente de 50 pour cent par rapport à l'acier standard.

6. CONCLUSION

Dans cet article, le comportement d'une poutre en béton armé avec des armatures inoxydables a été analysé par voie numérique, expérimentale et analytique. L'approche développée permet de déterminer les paramètres de raidissement en traction du béton. Elle est basée sur la méthode inverse en intégrant l'analyse en section avec discrétisation horizontale dans l'analyse globale de l'élément avec discrétisation verticale. Le profil de la déformée simulé avec cette approche concorde relativement bien avec le profil expérimental. Par ailleurs, les résultats obtenus montrent que l'effet de raidissement du béton avec de l'acier inoxydable est plus important durant la phase de fissuration que celui du béton armé avec de l'acier standard.

7. REFERENCES

- Ali S. et Khelil A. (2012) Tension Stiffening Parameter in Composite Concrete Reinforced with Inoxydable Steel: Laboratory and Finite Element Analysis. World Academy of Science, Engineering and Technology 62.
- Bouzaïene A. and B.Massicotte, (1997) Hypoelastic tridimensional model for nonproportional loading of plain concrete, *Journal of Engineering Mechanics*;: 123(11): 1111-1119.
- EN 1992-1-1. Eurocode 2 – (2003). Design of concrete structures, Part 1.1, General rules and rules for buildings.
- Rim Nayal and Hayder A. Rasheed, (2006) Tension stiffening model for concrete beams reinforced with steel and FRP bars, *Journal of Materials in Civil Engineering*; 18(6): 831-841.
- Ying-Wu Zhou and Yu-Fei Wu, (2011) General model for constitutive relationships of concrete and its composite structures, *Composite Structures*; 08(022): 1-13.
- Yuichi Sato and Frank J. Vecchio,(2003) Tension stiffening and crack formation in reinforced concrete members with fiber-reinforced polymer sheets, *Journal of Structural Engineering*; 129 (6): 717-724.